Divisionshilfen

Divisionen mit langen Divisoren wie z.B. 402935746 : 347215 sind auf den ersten Blick ziemlich abschreckend. Zum Glück ist es aber auch in solchen Fällen nicht allzu schwierig, die Quotientenstellen Q zu ermitteln, da diese fast immer aus den 2-3 höchstwertigen Stellen des Teil-Dividenden T und des Divisors D bestimmbar sind. (Zur Erläuterung der Methode reichen auch etwas kürzere Divisoren aus.)

Wir verwenden hier das kompaktere Rechenschema der 'Englischen Division' (s. dort). Die Tipps sind aber (fast) genauso gut für das Normalverfahren zu gebrauchen.

1) Länge der Teil-Dividenden

Bei der Division wird nicht der komplette Dividend, sondern jeweils nur ein Teil-Dividend T mit dem Divisor D verglichen.[1] Dabei sind für dieses Kapitel nur die Fälle von Interesse, bei denen entweder T und D gleich viele Stellen haben oder T eine Stelle mehr hat als D.

Hat nämlich T weniger Dezimalstellen als D, folgt wegen $T < D$ sofort $Q = 0$. Wenn andererseits T zwei oder mehr Stellen länger wäre als D, erhielte man auf jeden Fall $Q > 10$. Dann sollte man ein kürzeren Teil-Dividenden wählen.

TD: T und D haben gleich viele Dezimalstellen und es ist $D \leq T$.
D 'passt' dann mindestens 1 mal und höchstens 9 mal in T.

$$\begin{array}{ccc|cccccc}
 & & & & & 1 & & & \\ \cline{4-9}
3 & 7 & 1 & 3 & 7 & 2 & 4 & 8 & 4 \\
 & & & 3 & 7 & 1 & & & \\ \cline{4-6}
 & & & & & 1 & & &
\end{array}$$

$D = 371$ ist kleiner als $T = 372$ und beide haben gleich viele Dezimalstellen.

$372 : 371 = 1$ Rest 1

Td: T hat *eine* Dezimalstelle mehr als D und es ist $D > T'$.
(T' ist T ohne die rechte Dezimalstelle, also z.B. $T = 1234 \rightarrow T' = 123$.)[2]

$$\begin{array}{ccc|cccccc}
 & & & & & 1 & 0 & 0 & \\ \cline{4-9}
3 & 7 & 1 & 3 & 7 & 2 & 4 & 8 & 4 \\
 & & & 3 & 7 & 1 & & & \\ \cline{4-6}
 & & & & & 1 & 4 & 8 & 4
\end{array}$$

$14 : 371 = 0$ Rest 14
$148 : 371 = 0$ Rest 148

Der Rest $T' = 148$ ist kleiner als D. Der nächste Teil-Dividend $T = 1484$ erfüllt damit automatisch die Bedingungen von Td.

$$\begin{array}{ccc|cccccc}
 & & & & & 1 & & & \\ \cline{4-9}
3 & 7 & 1 & 4 & 8 & 6 & 4 & 8 & 4 \\
 & & & 3 & 7 & 1 & & & \\ \cline{4-6}
 & & & 1 & 1 & 5 & 4 & &
\end{array}$$

Der echte Rest $T' = 115$ ist auf jeden Fall kleiner als D. Der nächste Teil-Dividend $T = 1154$ erfüllt damit wieder automatisch die Bedingungen von Td.

[1] T kann dabei durchaus auch länger sein, als der ursprüngliche Dividend. So ist z.B. bei $3 : 4567$ $T = 30000$ der erste Teil-Dividend, bei dem man wirklich eine Division ausführen muss.

[2] Wäre $D < T'$, hätte man in T' einen einfacheren Teil-Dividenden, der die Bedingungen von TD erfüllt.

2a) Abschätzung von Q

Das ist die wichtigste aber auch mühsamste Operation bei der Division, da man zwei meist mehrstellige Zahlen im Kopf dividieren muss ("Wie oft passt D in T"). In beiden obigen Fällen braucht man aber nicht mit den vollständigen D und T rechnen, sondern kann die Quotientenstellen durch eine vereinfachte Division sehr zuverlässig abschätzen:

TD: Man teilt die zwei ersten Stellen von T durch die zwei ersten Stellen von D. [3]

Td: Man teilt die drei ersten Stellen von T durch die zwei ersten Stellen von D. Wenn dabei $Q > 9$ herauskommt, setzt man $Q = 9$. [4]

Generell muss man für die Abschätzungs-Division bei T und D *rechts* jeweils die gleiche Anzahl von Stellen (hier je zwei) abteilen.

Die Abschätzungs-Division ist eine Ganzzahl-Division, bei der der auftretende Rest ignoriert werden kann.

TD:

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\quad 1 \\ 3\;\;4|\;\;1\;\;5\;\big)\;4\;\;0|\;\;2\;\;7\;\;3\;\;6 \end{array}$$

Abschätzung: $40 : 34 = 1$ Rest 6

Für die praktische Rechnung kann es hilfreich sein, wenn man mit einem kleinen Strich die für die Abschätzung benötigten Stellen abteilt.

Td:

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad 6 \\ 3\;\;4|\;\;1\;\;5\;\big)\;2\;\;1\;\;5|\;\;8\;\;7\;\;6 \end{array}$$

Abschätzung: $215 : 34 = 6$ Rest 11

Diese Abschätzung liefert in über 96% der Fälle den korrekten Wert von Q. In den anderen Fällen wird Q um 1 zu groß geschätzt.

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\quad 4 \\ 1\;\;3|\;\;5\;\;2\;\big)\;5\;\;2|\;\;9\;\;6\;\;0\;\;4 \end{array}$$

Abschätzung: $52 : 13 = 4$
Wahrer Quotient: $5296 : 1352 = 3.917\ldots$

Falsch geschätzte Quotientenstellen (4) kann man im Nachhinein korrigieren ohne seinen Aufschrieb durcheinander zu bringen (s.u.).

2b) Vereinfachte Abschätzung

TD Hier sollte man die Abschätzungs-Division unvereinfacht ausführen. Schlimmstenfalls muss man dabei Quotienten wie $93 : 14$ berechnen;[5] meistens hat man es aber mit leichter zu berechnenden Ausdrücken wie $40 : 34$ zu tun.

---

[3] Wenn man weniger Stellen für die Abschätzung verwendet, wird die Fehlerrate mit etwa 40% unakzeptabel hoch.

[4] $7806 : 783 = 9.9\ldots$, aber: $780 : 78 = 10$

[5] Die meisten von diesen schwierigen Fällen – die, bei denen die höchste Divisorstelle 1 ist – sind kein Problem, wenn man das große Einmaleins beherrscht

Td Die Division einer dreistelligen durch eine zweistellige Zahl (z.B. 458 : 67) im Kopf kann schwierig sein. Man kann aber diese Abschätzung nochmals vereinfachen, indem man nur noch die *zwei* höchsten Stellen von T durch die höchste Stelle von D teilt – mit einer kleinen Anpassung. Sei dabei d_1 die höchste und d_2 die zweithöchste Stelle von D:

$$\begin{array}{rrr|rrrrr} & & & & & & 8 & \\ \hline 7| & 2 & 4 & 5 & 8| & 3 & 8 & 6 \end{array}$$

Abschätzung: 583 : 72
Vereinfachte Abschätzung: 58 : 7 = 8 Rest 2

Man teilt durch d_1, wenn $d_2 = 0, 1, 2, 3$

$$\begin{array}{rrr|rrrrr} & & & & & & 4 & \\ \hline 6| & 8 & 3 & 3 & 1| & 5 & 0 & 8 \end{array}$$

Abschätzung: 315 : 68
Vereinfachte Abschätzung: 31 : **7** = 4 Rest 3

Man teilt durch d_1+**1**, wenn $d_2 = 7, 8, 9$
Wenn dabei $d_1 = 9$ ist, teilt man durch 10.

$$\begin{array}{rrr|rrrrr} & & & & & & 8 & \\ \hline 3| & 5 & 3 & 2 & 8| & 7 & 9 & 1 \end{array}$$

Abschätzung: 287 : 35

Vereinfachte Abschätzung: 28 : 3 = 9 Rest 1
28 : 4 = 7 Rest 0
$Q = 8$

Wenn $d_2 = 4, 5, 6$ ist, teilt man einmal durch d_1, einmal durch d_1+1 und bildet dann den Mittelwert der beiden Ergebnisse.

Dabei kann man die Divisionen als Ganzzahl-Divisionen ((9+7)/2) oder, etwas genauer, auf eine Stelle nach dem Komma ((9.3+7.0)/2) berechnen. Bei der Division durch 2 übernimmt man nur den Ganzzahl-Anteil und rundet nicht.

Wieder setzt man $Q = 9$, wenn bei der Abschätzung $Q > 9$ herauskommt.

Die vereinfachte Abschätzung führt noch in über 91% der Fälle zum korrekten Ergebnis. Die Abweichung beträgt in den allermeisten Fällen ±1.

Nicht wenige Abschätzungs-Fehler, vor allem bei der vereinfachten Abschätzung, kann man vermeiden, wenn man den geschätzten Wert von Q im Kopf überschlägig mit den (beiden) ersten Divisor-Stellen multipliziert und mit T vergleicht. Oft kann man so leicht sehen, ob die Abschätzung stimmt, und man kann sie gegebenenfalls noch verbessern.

1506 : 310 → vAb.: $Q = 15 : 3 = 5$ → Üb.: $31 \cdot 5 = 155 \Rightarrow Q = 4$

3013 : 156 → Ab.: $Q = 30 : 15 = 2$ → Üb.: $156 \cdot 2 = 312 \Rightarrow Q = 1$

Da man Abschätzungs-Fehler aber auch noch im Nachhinein korrigieren kann, sollte man nicht zu viel Mühe in diese Überschlagsrechnung stecken.

3) Wenn's mal schiefgeht

Bei den Abschätzungs-Divisionen erhält man manchmal nicht das richtige Q, was man aber in der Regel erst bemerkt, wenn man $Q \cdot D$ schon ausgerechnet und aufgeschrieben hat. Da der Fehler bei der Abschätzunges-Division meistens nur ± 1 beträgt, ist der korrekte Wert von Q dann sehr leicht zu ermitteln.
Natürlich kann man die falschen Werte von Q und QD nun aus dem Aufschrieb ausradieren und durch die korrekten Werte ersetzen. Das ist aber nicht immer möglich[6] und im Sinne des 'Quotienten-Recyclings' (s.u.) auch gar nicht wünschenswert.

Auf keinen Fall sollte man in seinem Aufschrieb 'herumkritzeln'; ein ordentlicher Aufschrieb ist schon fast die halbe Lösung der Aufgabe.

$$
\begin{array}{cccc|cccccccc}
 & & & & & & & & 4 & & & \\ \cline{5-12}
5 & 1 & 8 & 7 & 2 & 0 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 9 \\
 & & & & 2 & 0 & 7 & 4 & 8 & & &
\end{array}
$$

Abschätzung: $205 : 51 = 4$ Rest 1
Die Standardabschätzung liefert $Q = 4$, was ganz knapp **zu groß**[7] ist. Das sieht man aber erst, wenn man $QD = 20758$ schon berechnet und notiert hat.

$$
\begin{array}{cccc|cccccccc}
 & & & & & & & & 3 & & & \\
 & & & & & & & & \cancel{4} & & & \\ \cline{5-12}
5 & 1 & 8 & 7 & 2 & 0 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 9 \\
 & & & & \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{7} & \cancel{4} & \cancel{8} & & & \\
 & & & & 1 & 5 & 5 & 6 & 1 & & & \\ \cline{5-9}
 & & & & & 4 & 9 & 8 & 2 & 1 & &
\end{array}
$$

In diesem Falle streicht man das falsche Q und das falsche QD deutlich aber lesbar durch und schreibt die richtige Quotientenstelle $Q = 3$ und das richtige Vielfache $QD = 15561$ über bzw. unter die gestrichenen Werte. Auch der gestrichene Wert kann so beim 'Quotienten-Recycling' noch verwendet werden.

$$
\begin{array}{cccc|cccccccc}
 & & & & & & & & 3 & & & \\
 & & & & & & & & \cancel{4} & 9 & 5 & \\ \cline{5-12}
5 & 1 & 8 & 7 & 2 & 0 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 9 \\
 & & & & \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{7} & \cancel{4} & \cancel{8} & & & \\
 & & & & 1 & 5 & 5 & 6 & 1 & & & \\ \cline{5-9}
 & & & & & 4 & 9 & 8 & 2 & 1 & & \\
 & & & & & 4 & 6 & 6 & 8 & 3 & & \\ \cline{6-10}
 & & & & & & 3 & 1 & 3 & 8 & 2 & \\
 & & & & & & 2 & 5 & 9 & 3 & 5 & \\ \cline{7-11}
 & & & & & & & 5 & 4 & 4 & 7 &
\end{array}
$$

Die zweite Quotientenstelle $Q = 9$ wird standardmäßig bestimmt.
Dann schätzen wir (absichtlich) die dritte Stelle mit $Q = 5$ **zu klein**, was man im Ernstfall erst nach der Berechnung des Divisionsrests $5447 > D$ bemerkt.

[6] Ich schreibe meistens mit einem nicht radierbaren Kugelschreiber. Rechnen mit dem Bleistift kann aber, nachdem Kreidetafeln aus der Mode gekommen sind, wegen der leichten Tilgbarkeit von Rechenfehlern eine gute Alternative sein.

[7] Ein anderer Weg, solche Fälle zu behandeln, wird im Abschnitt "Division mit negativen Ziffern" beschrieben.

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & & & 3 & & \color{red}{1} & & \\
 & & & & & & & & \cancel{4} & 9 & 5 & & \\
\cline{5-12}
5 & 1 & 8 & 7\,\big| & 2 & 0 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 9 & \\
 & & & & \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{7} & \cancel{4} & \cancel{8} & & & & \\
 & & & & 1 & 5 & 5 & 6 & 1 & & & & \\
\cline{5-9}
 & & & & & 4 & 9 & 8 & 2 & 1 & & & \\
 & & & & & 4 & 6 & 6 & 8 & 3 & & & \\
\cline{6-10}
 & & & & & & 3 & 1 & 3 & 8 & 2 & & \\
 & & & & & & 2 & 5 & 9 & 3 & 5 & & \\
\cline{7-11}
 & & & & & & & 5 & 4 & 4 & 7 & & \\
 & & & & & & & 5 & 1 & 8 & 7 & & \\
\cline{8-11}
 & & & & & & & & 2 & 6 & 0 & & \\
\end{array}
$$

Ohne eine weitere Dividendenstelle ‘herunter zu holen’ dividieren wir den zu großen Rest nochmals durch D. Das Ergebnis
$5447 : 5187 = \color{red}{1}$ $\color{lightgray}{\text{Rest 260}}$
notieren wir oberhalb des schon berechneten, zu kleinen Q.

In den meisten Fällen weicht das falsch geschätzte Q nur um 1 von dem wahren Q ab, so dass die Korrektur leicht zu berechnen ist.

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & & & 3 & & 1 & & \\
 & & & & & & & & \cancel{4} & 9 & 5 & 0, & 5 \\
\cline{5-13}
5 & 1 & 8 & 7\,\big| & 2 & 0 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 9 & \\
 & & & & \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{7} & \cancel{4} & \cancel{8} & & & & \\
 & & & & 1 & 5 & 5 & 6 & 1 & & & & \\
\cline{5-9}
 & & & & & 4 & 9 & 8 & 2 & 1 & & & \\
 & & & & & 4 & 6 & 6 & 8 & 3 & & & \\
\cline{6-10}
 & & & & & & 3 & 1 & 3 & 8 & 2 & & \\
 & & & & & & 2 & 5 & 9 & 3 & 5 & & \\
\cline{7-11}
 & & & & & & & 5 & 4 & 4 & 7 & & \\
 & & & & & & & 5 & 1 & 8 & 7 & & \\
\cline{8-11}
 & & & & & & & & 2 & 6 & 0 & 9 & 0 \\
 & & & & & & & & \cancel{4} & \cancel{4} & \cancel{4} & \cancel{4} & \cancel{4} \\
 & & & & & & & & 2 & 5 & 9 & 3 & 5 \\
\cline{9-13}
\end{array}
$$

Echte Rechenfehler bei der Bestimmung von QD, die man rechtzeitig bemerkt, muss man allerdings ausradieren oder deutlich streichen.

$QD = 44444$ ist offensichtlich völlig falsch berechnet, und daher auch fürs ‘Quotienten-Recycling’ nicht zu gebrauchen. Man streicht es endgültig durch und schreibt den richtigen Wert von QD darunter.

Zum Schluss muss man den Quotienten noch **bereinigen**, d.h. gestrichene Stellen entfernen und übereinader stehende aufsummieren. Man kann z.B. das bereinigte Ergebnis stellengenau oberhalb des unbereinigten notieren:

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & & & \color{cyan}{3} & \color{cyan}{9} & \color{cyan}{6} & \color{cyan}{0,} & \color{cyan}{5} \\
\cline{9-13}
 & & & & & & & & 3 & & 1 & & \\
 & & & & & & & & \cancel{4} & 9 & 5 & 0, & 5 \\
\cline{5-13}
5 & 1 & 8 & 7\,\big| & 2 & 0 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 9 & \\
 & & & & \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{7} & \cancel{4} & \cancel{8} & & & & \\
 & & & & 1 & 5 & 5 & 6 & 1 & & & & \\
\cline{5-9}
 & & & & & & & \ddots & & & & & \\
\end{array}
$$

oder es in gewöhnlicher Gleichungsschreibweise aufschreiben:

$20543129 : 5187 = 3960.5\ldots$

4) Quotienten-‘Recycling’

Im Laufe einer längeren Division kommen immer wieder Quotientenstellen mehrfach vor. Die entsprechenden Vielfachen des Divisors braucht man beim zweiten Auftreten nicht mehr zu berechnen, sondern schreibt sie einfach oben ab. Auch wenn ein T in der Nähe eines schon berechneten QD liegt, kann man das für die Bestimmung von Q ausnutzen.

$$\begin{array}{cccc|cccccccc}
 & & & & & & & & 4 & & & \\ \cline{5-12}
7&1&8&2&3&1&2&0&6&3&8&6\\
&&&&2&8&7&2&8&&&\\ \cline{5-9}
&&&&&2&4&7&8&&&
\end{array}$$

Abschätzung: $312 : 71 = 4$ Rest 28

$$\begin{array}{cccc|cccccccc}
 & & & & & & & & 4 & 3 & & \\ \cline{5-12}
7&1&8&2&3&1&2&0&6&3&8&6\\
&&&&2&8&7&2&8&&&\\ \cline{5-9}
&&&&&2&4&7&8&3&&\\
&&&&&2&1&5&4&6&&\\ \cline{6-10}
&&&&&&3&2&3&7&&
\end{array}$$

Statt der Abschätzung ($247 : 71 = 3$) kann man den Teil-Dividenden $T = 24783$ mit dem letzten Vielfachen $28728 = 4 \cdot 7182$ vergleichen. Da T nur um etwa 4000 (< 7182) kleiner ist als 28728, folgt sofort $Q = 3$. $3 \cdot 7182 = 21546$ muss man noch berechnen. Diese Methode ist insbesondere dann genauer und einfacher, wenn (anders als hier) sich T nur wenig von dem entsprechenden QD unterscheidet und eine Abschätzungs-Division unsicher wäre (s.u.).

$$\begin{array}{cccc|cccccccc}
 & & & & & & & & 4 & 3 & 4 & \\ \cline{5-12}
7&1&8&2&3&1&2&0&6&3&8&6\\
&&&&2&8&7&2&8&&&\\ \cline{5-9}
&&&&&2&4&7&8&3&&\\
&&&&&2&1&5&4&6&&\\ \cline{6-10}
&&&&&&3&2&3&7&8&\\
&&&&&&2&8&7&2&8&\\ \cline{7-11}
&&&&&&&3&6&5&0&
\end{array}$$

Der neue Teil-Dividend $T = 32378$ ist ungefähr so groß wie der erste (31206) und man sieht sofort, dass $Q = 4$ sein muss.
$QD = 4 \cdot 7182 = 28728$ muss man nicht mehr berechnen, sondern nur noch oben abschreiben.
In Laufe einer längeren Division ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass Werte von Q mehrfach auftreten und man sie ‘recyclen’ kann.

$$\begin{array}{cccc|cccccccc}
 & & & & & & & & 4 & 3 & 4 & 5 \\ \cline{5-12}
7&1&8&2&3&1&2&0&6&3&8&6\\
&&&&2&8&7&2&8&&&\\ \cline{5-9}
&&&&&2&4&7&8&3&&\\
&&&&&2&1&5&4&6&&\\ \cline{6-10}
&&&&&&3&2&3&7&8&\\
&&&&&&2&8&7&2&8&\\ \cline{7-11}
&&&&&&&3&6&5&0&6\\
&&&&&&&3&5&9&1&0\\ \cline{8-12}
&&&&&&&&&5&9&6
\end{array}$$

Hier sind Abschätzung ($365 : 71 = 5$) und der Vergleich von $T = 36506$ mit $28728 = 4 \cdot 7182$ etwa gleich schwierig.
T ist um etwa 7700 größer als 28728, woraus $Q = 5$ folgt.

$$
\begin{array}{r|cccccccccccc}
 & & & & & 4 & 3 & 4 & 5, & \color{red}{0} & 8 & \color{orange}{2} & \dots \\
\hline
7\,1\,8\,2 & 3 & 1 & 2 & 0 & 6 & 3 & 8 & 6 & & & & \\
 & 2 & 8 & 7 & 2 & 8 & & & & & & & \\
 & & 2 & 4 & 7 & 8 & 3 & & & & & & \\
 & & 2 & 1 & 5 & 4 & 6 & & & & & & \\
 & & & 3 & 2 & 3 & 7 & 8 & & & & & \\
 & & & 2 & 8 & 7 & 2 & 8 & & & & & \\
 & & & & 3 & 6 & 5 & 0 & 6 & & & & \\
 & & & & 3 & 5 & 9 & 1 & 0 & & & & \\
 & & & & & & \color{blue}{5} & \color{blue}{9} & \color{blue}{6} & \color{blue}{0} & 0 & & \\
 & & & & & & 5 & 7 & 4 & 5 & 6 & & \\
 & & & & & & & 2 & 1 & 4 & 4 & 0 & \\
 & & & & & & & 1 & 4 & 3 & 6 & 4 & \\
 & & & & & & & & 7 & 0 & 7 & 6 & \\
 & & & & & & & & & & & \ddots &
\end{array}
$$

1) Da $T = \color{blue}{5960} < D$, folgt sofort $Q = \color{red}{0}$.

2) Die nächste Stelle $Q = 8$ kann man wieder durch eine Abschätz-Division erhalten. (Aber auch $57400 \approx 2 \cdot 28728 = 8 \cdot 7182$ liefert dasselbe Resultat.)

3) Der letzte Teil-Dividend $T = 21440$ ist gerade etwas kleiner als $21546 = 3 \cdot 7182$, was oben schon berechnet wurde. Daraus folgt sofort $Q = \color{orange}{2}$. Die Abschätzungs-Division $214 : 71 = 3$ würde hier das falsche Resultat $Q = 3$ liefern.

5) Quersummen-Tests

Da falsch geschätzte Q sich leicht korrigieren lassen, treten fatale Rechenfehler nur bei der Differenzbildung oder eher noch, weil die Rechnung schwieriger ist, bei der Bestimmung von QD auf. Jeder solche Fehler würde unweigerlich das gesamte Divisionsergebnis ab der Stelle seines Auftretens verfälschen.

Es wäre also nicht schlecht, wenn man zumindest die Werte von QD nach der Berechnung durch einen Quersummen-Test überprüfen würde. Dazu berechnet man einmalig $\langle D \rangle$ und daraus dann jeweils $\langle Q \cdot \langle D \rangle \rangle$. Man überprüft, ob

$$\langle Q \cdot \langle D \rangle \rangle = \langle QD \rangle.$$

Tritt eine Abweichung auf, sollte man QD noch einmal nachrechnen.

Wenn man will, kann man so auch noch den Berechnung des Reste R mit

$$\langle \langle R \rangle + \langle QD \rangle \rangle = \langle T \rangle$$

testen.

$$
\begin{array}{r|ccccccccc}
 & & & & & 3 & 9 & 6 & 0, & 5 \\
\hline
5\,1\,8\,7 & 2 & 0 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 9 & \\
 & 1 & 5 & 5 & 6 & 1 & & & & \\
 & & 4 & 9 & 8 & 2 & 1 & & & \\
 & & 4 & 6 & 6 & 8 & 3 & & & \\
 & & & 3 & 1 & 3 & 8 & 2 & & \\
 & & & 3 & 1 & 1 & 2 & 2 & & \\
 & & & & & 2 & 6 & 0 & 9 & 0 \\
 & & & & & 2 & 5 & 9 & 3 & 5 \\
 & & & & & & & 1 & 5 & 5
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
\langle 5187 \rangle = \color{magenta}{3} \\
\\
\langle 3 \cdot \color{magenta}{3} \rangle = 0 = \langle 15561 \rangle \\
\langle \langle 4982 \rangle + \langle 15561 \rangle \rangle = \langle 5 + 0 \rangle = 5 = \langle 20543 \rangle \\
\langle 9 \cdot \color{magenta}{3} \rangle = 0 = \langle 46683 \rangle \\
\langle \langle 3138 \rangle + \langle 46683 \rangle \rangle = \langle 6 + 0 \rangle = 6 = \langle 49821 \rangle \\
\langle 6 \cdot \color{magenta}{3} \rangle = 0 = \langle 31122 \rangle \\
\langle \langle 260 \rangle + \langle 31122 \rangle \rangle = \langle 8 + 0 \rangle = 8 = \langle 31382 \rangle \\
\langle 5 \cdot \color{magenta}{3} \rangle = 6 = \langle 25935 \rangle \\
\langle \langle 155 \rangle + \langle 25935 \rangle \rangle = \langle 2 + 6 \rangle = 8 = \langle 26090 \rangle
\end{array}
$$